

BÀI TẬP XÁC SUẤT THỐNG KÊ

Dùng cho các lớp khoa Điện-Điện tử

8-2018

Chú ý đối với sinh viên

1. Tài liệu này được biên soạn cho các sinh viên khoa Điện-Điện tử sử dụng trong học phần Xác suất thống kê. Các bài tập ở đây được sử dụng chung trong các giờ bài tập của học phần này. Yêu cầu về việc chuẩn bị bài tập cho từng tuần sẽ được giảng viên thông báo trực tiếp cho sinh viên.

1. Đại cương về lý thuyết Xác suất

Bài 1.1. Số điện của một thành phố gồm 9 chữ số với chữ số đầu tiên là số 4. Một người chỉ nhớ được số điện thoại cần gọi thành phố này là một số lẻ và số tiếp sau số 4 đầu tiên cũng là số lẻ. Người đó chọn ngẫu nhiên một số điện thoại có đặc điểm này để gọi. Hỏi xác suất cuộc gọi được kết nối chính xác là bao nhiêu?

Bài 1.2. Một nhà kinh doanh chuyển đến một cửa hàng điện tử của ông ta một lô hàng gồm 100 máy tính bảng. Sau 10 tuần ông ta được quản lý cửa hàng báo cáo rằng đã bán được 65 máy tính bảng trong số đó và còn lại 35 máy chưa bán được. Hãy tính xác suất của sự kiện:

- Mỗi một tuần cửa hàng đó đã bán được ít nhất một máy tính bảng của lô hàng;
- Mỗi một tuần cửa hàng đó đã bán được ít nhất hai máy tính bảng của lô hàng.

Bài 1.3. Người ta sắp xếp ngẫu nhiên 10 nhân viên nam và 5 nhân viên nữ trực tổng đài 15 ca liên tiếp, mỗi người trực một ca. Tính xác suất để xảy ra sự kiện không có hai nhân viên nữ nào trực hai ca liên tiếp.

Bài 1.4. Một website cho phép người truy cập download các tài liệu được đặt trên đó. Website cung cấp cho người có nhu cầu download mỗi tài liệu một mã xác nhận để thực hiện thủ tục truy cập. Mã xác nhận này được một chương trình chọn ngẫu nhiên là một dãy có thứ tự gồm bốn chữ số (từ 0 đến 9). Hãy tính xác suất của các sự kiện:

- Người truy cập nhận được một mã xác nhận gồm

4 chữ số khác nhau.

- Người truy cập nhận được một mã xác nhận gồm hai cặp chữ số giống nhau.

Bài 1.5. Một gói thông tin được truyền qua 3 bộ phận của một hệ thống truyền tin, đó là bộ phận mã hóa, bộ phận truyền tin, bộ phận giải mã. Biết rằng xác suất gói thông tin bị lỗi tương ứng khi truyền qua 3 bộ phận đó là: 0,5; 0,2; 0,15. Hãy tính xác suất sau khi một gói thông tin được truyền

- Gói thông tin bị lỗi (có ít nhất một lỗi do 3 bộ phận trên gây ra).
- Gói thông tin bị lỗi nhưng chỉ có bộ phận mã hóa gây ra lỗi.

Bài 1.6. Một đội kỹ thuật phụ trách việc bảo dưỡng cho 4 cột thu phát tín hiệu viễn thông. Cho biết rằng trong một định kỳ (6 tháng) xác suất để mỗi cột trên gặp phải sự cố tương ứng là 0,3; 0,25; 0,4; 0,35. Tính xác suất để một định kỳ nào đấy xảy ra sự kiện "Có duy nhất một cột thu phát tín hiệu gặp sự cố".

Bài 1.7. Một đội kỹ thuật phụ trách việc bảo dưỡng cho 4 cột thu phát tín hiệu viễn thông. Cho biết rằng trong một định kỳ (6 tháng) xác suất để mỗi cột trên gặp phải sự cố tương ứng là 0,3; 0,25; 0,4; 0,35. Tính xác suất để một định kỳ nào đấy xảy ra sự kiện "Có ít nhất một cột thu phát tín hiệu gặp sự cố đồng thời cột thứ ba không gặp sự cố".

Bài 1.8. Quy trình sản xuất các bo mạch chủ có những bước chính như sau: tạo hình tấm nền, sắp xếp và hàn các linh kiện có kích thước nhỏ bằng robot, công nhân lắp đặt các linh kiện có kích thước lớn, kiểm tra tiêu chuẩn kỹ thuật. Xác suất để các bước thứ nhất, thứ hai và thứ ba đạt tiêu chuẩn kỹ thuật tương ứng là 0,9; 0,98; 0,87.

- Tính tỉ lệ sản phẩm đạt tiêu chuẩn kỹ thuật (không có lỗi kỹ thuật ở bước nào).
- Chọn ngẫu nhiên một bo mạch không đạt tiêu chuẩn kỹ thuật (có lỗi kỹ thuật). Tính xác suất để bo mạch đó có lỗi kỹ thuật ở bước thứ ba.

Bài 1.9. Một lô hàng gồm ba loại thùng: loại I, loại II, loại III. Trong đó thùng loại I là thùng không có linh kiện nào bị lỗi, chiếm 60%. Thùng loại II là thùng có 1 linh kiện bị lỗi, chiếm 30%. Thùng loại III là thùng có 2 linh kiện bị lỗi, chiếm 10%. Biết rằng mỗi một thùng hàng có chứa 20 linh kiện. Lấy một thùng hàng, rồi từ thùng đó chọn ngẫu nhiên 2 linh kiện để kiểm tra.

- Tính xác suất để 2 linh kiện lấy ra kiểm tra là linh kiện tốt.
- Cho biết 2 linh kiện được lấy ra là linh kiện tốt. Tính xác suất để thùng hàng được kiểm tra là thùng hàng loại I.

Bài 1.10. Một nhà máy sản xuất 2 loại đĩa từ, trong đó có 25% là đĩa Backup (dùng để phục vụ các hoạt động ghi) và 75% là đĩa Main storage (dùng để lưu trữ phục vụ các hoạt động đọc dữ liệu). Xác suất để tuổi thọ của đĩa Backup và đĩa Main storage lớn hơn 5 năm lần lượt là 0.95 và 0.995.

- Lấy ngẫu nhiên 1 chiếc đĩa từ để kiểm tra, tính xác suất chiếc đĩa đó có tuổi thọ lớn hơn 5 năm.
- Lấy ngẫu nhiên 1 chiếc đĩa từ để kiểm tra, biết rằng chiếc đĩa đó có tuổi thọ nhỏ hơn 5 năm. Tính xác suất đó là đĩa Main storage.

Bài 1.11. Một trạm chỉ phát hai loại tín hiệu A và B với xác suất tương ứng là 0,84 và 0,16. Do nhiễu trên đường truyền nên 15% tín hiệu A bị méo và thu được như là tín hiệu B, còn 10% tín hiệu B bị méo và thu được như là tín hiệu A.

- Tìm xác suất để thu được tín hiệu A.
- Giả sử thu được tín hiệu A, tính xác suất để đó cũng là tín hiệu phát.

Bài 1.12. Cho biết tỉ lệ điện thoại Nokia có sử dụng vỏ bảo vệ là 0,85 và tỉ lệ điện thoại Nokia không sử dụng vỏ bảo vệ là 0.15. Xác suất để một chiếc điện thoại Nokia có vỏ bảo vệ bị hỏng màn hình khi có va đập mạnh là 0,1. Xác suất một chiếc điện thoại Nokia không có vỏ bảo vệ bị hỏng màn hình khi có va đập mạnh là 0,3.

Hãy tính xác suất để một chiếc điện thoại Nokia bị hỏng màn hình khi có va đập mạnh.

Bài 1.13. Xác suất để một chiếc điện thoại Nokia bị hỏng màn hình vì các va đập mạnh là 0,175. Cho biết tỉ lệ điện thoại Nokia có sử dụng vỏ bảo vệ là 0,9. Xác suất để một chiếc điện thoại Nokia có vỏ bảo vệ bị hỏng màn hình khi có va đập mạnh là 0,15. Hãy tính xác suất để một chiếc điện thoại không có vỏ bảo vệ bị hỏng màn hình khi có va đập mạnh.

Bài 1.14. Cho biết tỉ lệ máy tính sử dụng hệ điều hành Windows XP là 60%, tỉ lệ máy tính sử dụng hệ điều hành Windows 8.1 là 40%. Xác suất một máy tính sử dụng hệ điều hành Windows XP, Windows 8.1 ổn định trong 2 năm đầu sử dụng tương ứng là 0,7 và 0,8.

Tính xác suất để một máy tính có hệ điều hành sử dụng ổn định trong 2 năm.

Bài 1.15. Cho biết tỉ lệ máy tính bảng sử dụng hệ điều hành Cloudo là 70%, tỉ lệ máy tính bảng sử dụng hệ điều hành Kohive là 30%. Xác suất để một máy tính bảng có hệ điều hành sử dụng ổn định (không phải cài đặt lại) trong 2 năm đầu tiên là 0,85. Tỉ lệ sử dụng ổn định của các máy tính bảng có hệ điều hành Cloudo cao hơn tỉ lệ sử dụng ổn định của các máy tính bảng có hệ điều hành Kohive là 15%.

Hãy tính xác suất để một máy tính bảng có hệ điều hành Kohive sử dụng ổn định trong 2 năm đầu tiên.

Bài 1.16. Một nhà máy có 3 phân xưởng I, II, III cùng sản xuất một loại linh kiện điện tử với số lượng sản xuất tương ứng là 36%, 34%, 30%. Tỷ lệ phế phẩm của 3 phân xưởng đó lần lượt là 0,12; 0,1; 0,08.

- Tìm tỷ lệ phế phẩm chung của nhà máy.
- Lấy một linh kiện ra kiểm tra thấy đó là sản phẩm tốt. Tính xác suất để linh kiện đó do phân xưởng thứ 2 sản xuất.

Bài 1.17. Một nhà máy lắp ráp TV sử dụng các con chip điện tử do ba nhà máy A, B và C sản xuất với tỷ lệ tương ứng là 50%; 10% và 40%. Xác suất lỗi của các con chip do nhà máy A, B và C sản xuất tương ứng là 0.05; 0.02 và 0.08. Chọn ngẫu nhiên một con chip để kiểm tra.

- Tính xác suất để con chip đó bị lỗi.
- Biết rằng con chip đó bị lỗi. Tính xác suất để con chip đó do nhà máy B sản xuất.

Bài 1.18. Trong một ca làm việc, một bảng mạch điện tử muốn hoạt động tốt thì 7 con chip của nó phải hoạt động. Để tăng độ tin cậy cho bản mạch người ta thiết kế bổ sung thêm vào bảng mạch 1 con chip. Nếu 1 trong 7 con chip của bảng mạch bị hỏng thì con chip lắp thêm này sẽ hoạt động thay thế cho con chip bị hỏng đó. Cho biết xác suất để một con chip bị hỏng trong một ca làm việc là $p = 0.1$.

Hãy tính xác suất để bảng mạch điện tử hoạt động tốt trong một ca làm việc.

Bài 1.19. Xác suất một mạng máy tính bị tắc nghẽn dẫn đến làm thất thoát một gói thông tin là 0.002.

Các gói thông tin được truyền độc lập và nếu gói thông tin nào thất thoát sẽ được truyền lại.

- Hãy tính xác suất để mạng máy tính truyền một email có chứa 1000 gói thông tin mà không bị thất thoát một gói nào.
- Truyền 5 email, mỗi email có 1000 gói thông tin. Hãy tính xác suất để có 2 email có gói thông tin bị thất thoát.

Bài 1.20. Một kênh thông tin truyền một Block gồm 100 bit với xác suất gặp lỗi ở mỗi bit là 0.01.

- Nếu trong một Block có 1 hoặc 0 bit bị lỗi thì bộ thu sóng sẽ tiếp nhận Block đó. Hãy tính xác suất để Block được bộ thu sóng tiếp nhận.
- Nếu có nhiều hơn 1 bit bị truyền lỗi thì Block đó phải truyền lại. Hãy tính xác suất để một Block bị truyền lại đúng 3 lần, cho biết các lần truyền là độc lập với nhau.

Bài 1.21. Thư cần chuyển phát ở một bưu điện trong một ngày được chia thành ba loại: 10% là thư "chuyển phát nhanh", 60% là thư "bảo đảm" và 30% là thư "bình thường".

- Giả sử trong một ngày bưu điện có 100 thư cần chuyển phát. Tính xác suất trong 100 thư đó có 15 thư "chuyển phát nhanh".
- Giả sử trong một ngày bưu điện có 20 thư cần chuyển phát. Tính xác suất để trong 20 thư đó có 4 thư "chuyển phát nhanh", 6 thư "bảo đảm" và 10 thư "bình thường".

2. Đại lượng ngẫu nhiên rời rạc

Bài 2.1. Các lỗi của một kênh thông tin thường được tạo trong quá trình truyền tin và được phát hiện bởi bộ phận phát hiện xung bị mất. Số các lỗi khi truyền 8 bit là một biến ngẫu nhiên có phân phối xác suất là

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x \leq 1 \\ 0.7 & \text{nếu } 1 \leq x < 4 \\ 0.9 & \text{nếu } 4 \leq x < 7 \\ 1 & \text{nếu } x > 7. \end{cases}$$

Hãy tính các xác suất sau

- $\mathbb{P}(X \leq 4)$, $\mathbb{P}(X > 4)$.
- $\mathbb{P}(3 \leq X \leq 6)$.

Bài 2.2. Một modem truyền một tín hiệu có điện áp +2 Vol đến một kênh thông tin. Kênh thông tin cộng thêm vào tín hiệu này một nhiễu có giá trị điện áp thuộc tập $\{0, -1, -2, -3\}$ và với xác suất tương ứng

là $\{0, 4; 0, 3; 0, 2; 0, 1\}$. Gọi Y là biến ngẫu nhiên chỉ giá trị điện áp truyền ra của kênh thông tin.

- Tìm bảng phân phối xác suất của biến ngẫu nhiên Y .
- Tính giá trị trung bình và phương sai của biến ngẫu nhiên Y .
- Tìm hàm phân phối xác suất $F(y)$ của biến ngẫu nhiên Y và vẽ đồ thị của hàm $F(y)$.

Bài 2.3. Một người bán đồ chơi có điều khiển cho trẻ em dùng các viên pin 1,5v để lắp kèm các món đồ chơi mình bán. Ban đầu người đó có một hộp pin tiểu 1,5v gồm 25 viên pin con thỏ và 3 viên pin con ó. Sau khi bán một số đồ chơi thì người đó đã lấy ra ngẫu nhiên 12 viên pin để lắp kèm theo. Gọi X là đại lượng ngẫu nhiên chỉ số pin con thỏ đã được sử dụng. Hãy lập bảng phân phối xác suất của X và tính kỳ vọng, phương sai của X .

Bài 2.4. Trong một ngày, một trung tâm sửa chữa điện thoại di động có 14 khách hàng gửi lại điện thoại để sửa chữa. Trong 14 điện thoại đó có 10 chiếc phải thay màn hình cảm ứng và có bốn chiếc thay camera. Chi phí thay mỗi màn hình cảm ứng là 1200 (nghìn đồng), chi phí thay camera là 800 (nghìn đồng). Sáng hôm sau có 6 khách hàng đến trung tâm nhận lại máy và thanh toán tiền. Gọi X là đại lượng ngẫu nhiên chỉ tổng số tiền thanh toán của 6 khách hàng đó. Hãy lập bảng phân phối xác suất của X và tính trung bình của X .

Bài 2.5. Một công ty có 3 máy tính hoạt động độc lập với nhau. Xác suất để trong một ngày làm việc các máy tính đó gặp sự cố lần lượt là 0.01, 0.012 và 0.015. Gọi X là biến ngẫu nhiên chỉ số máy tính hoạt động tốt trong một ngày.

- Hãy lập bảng phân phối xác suất của X .
- Trung bình một ngày làm việc có bao nhiêu máy bị hỏng?
- Tính xác suất để trong một ngày làm việc có không quá 2 máy bị hỏng.

Bài 2.6. Một tin nhắn được truyền lần lượt qua 4 cổng thông tin trên một đường truyền. Nếu tin nhắn truyền qua cổng trước không bị lỗi thì mới được truyền tới cổng sau. Xác suất truyền bị lỗi của 4 cổng đó lần lượt là 0.008, 0.01, 0.015 và 0.02. Gọi X là số cổng thông tin mà tin nhắn được truyền qua không bị lỗi.

- Hãy lập bảng phân phối xác suất của X .
- Tính $\mathbb{E}(X)$ và $\mathbb{V}(X)$.
- Giả sử có ba tin nhắn được truyền. Hãy tính xác suất để có ít nhất một tin nhắn được truyền thành công.

Bài 2.7. Một kỹ thuật viên điện tử để lẫn trong một hộp 3 tụ điện hỏng cùng với 15 tụ điện còn sử dụng tốt. Anh ta cần dùng một tụ điện còn sử dụng tốt để lắp vào một bảng mạch. Do đó anh ta chọn ngẫu nhiên từng tụ điện trong hộp để kiểm tra bằng đồng hồ vạn năng. Nếu tụ điện được chọn còn sử dụng tốt thì dừng lại và dùng luôn tụ điện đó, trái lại nếu là tụ đã hỏng thì loại ra. Gọi X là đại lượng ngẫu nhiên chỉ số tụ điện mà anh ta phải kiểm tra. Hãy lập bảng phân phối xác suất của X và tính giá trị trung bình của X .

Bài 2.8. Tại một tổng kho lớn người ta dùng một cần trục sử dụng nam châm điện để bốc dỡ hàng. Mỗi tháng một lần người ta kiểm tra các tiêu chuẩn an toàn của cần trục. Cụ thể nhân viên kỹ thuật lần lượt kiểm tra hệ thống ác quy dự phòng, hệ thống điều khiển, hệ thống nâng và hệ thống chuyển động. Nếu xuất hiện hệ thống nào không đạt tiêu chuẩn thì không kiểm tra nữa và thông báo cho đội sửa chữa, bảo dưỡng. Xác suất để các hệ thống trên đảm bảo được các tiêu chuẩn an toàn lần lượt là 0,9; 0,93; 0,84; 0,75. Gọi X là đại lượng ngẫu nhiên chỉ số lượng hệ thống đạt tiêu chuẩn trong mỗi kỳ kiểm tra. Hãy lập bảng phân phối xác suất của X và tính $\mathbb{E}X, \mathbb{V}X$.

Bài 2.9. Kết nối giữa máy tính và mạng internet ở trạng thái không có tín hiệu liên kết được duy trì trong thời gian 10 phút. Để tăng thời gian duy trì đường mạng một máy tính chạy thủ tục refresh bằng cách truyền các tín hiệu tới máy chủ của nhà cung cấp dịch vụ. Xác suất để một tín hiệu được truyền thành công là 0,74, thời gian để truyền thành công là 15 giây. Các tín hiệu được truyền 15 giây một lần cho đến khi thành công.

- Cho biết thời điểm máy tính bắt đầu truyền tín hiệu lần thứ nhất là 8 phút 45 giây (tính từ thời điểm không có tín hiệu liên kết). Tính xác suất để thủ tục refresh của máy tính thực hiện thành công việc duy trì đường mạng.
- Gọi X là đại lượng chỉ số tín hiệu được truyền khi thực hiện thủ tục refresh. Hãy lập bảng phân phối xác suất của X .

Bài 2.10. Tại một siêu thị lớn, chương trình xử lý ảnh có thể đọc được chính xác số biển kiểm soát từ ảnh chụp biển số xe của khách hàng khi xe được đưa vào bãi xe với xác suất 0,845. Đối với các biển số xe mà chương trình không đọc được chính xác từ ảnh chụp, người trông xe phải nhập biển số vào hệ thống theo cách làm thủ công. Gọi X là đại lượng ngẫu nhiên chỉ số lượng biển kiểm soát được đọc chính xác từ ảnh

chụp giữa hai lần phải nhập thủ công. Hãy lập bảng phân phối xác suất của X và tính trung bình của X .

Bài 2.11. Một robot công nghiệp có nhiệm vụ sắp xếp một số linh kiện lên các bảng mạch trong quá trình chế tạo các bảng mạch điện tử. Xác suất để các linh kiện đó được sắp xếp chính xác trên mỗi bảng là 0,9955. Nếu xuất hiện một bảng có linh kiện lắp sai vị trí thì sẽ tiến hành kiểm tra kỹ thuật đối với robot đó. Gọi X là số bảng mạch có các linh kiện được sắp xếp chính xác giữa hai lần kiểm tra. Hãy lập bảng phân phối xác suất của X và tính trung bình của X .

Bài 2.12. Một công ty dịch vụ tài chính sử dụng hệ kháng lỗi (Fault-Tolerant System) với 3 máy tính để kết nối dịch vụ với khách hàng. Nếu một máy tính đang hoạt động gặp sự cố thì một trong hai máy tính còn lại sẽ được bật để kết nối dịch vụ ngay lập tức và nếu máy tính thứ hai cũng bị hỏng thì máy tính thứ ba sẽ được bật để kết nối dịch vụ. Giả sử xác suất để một máy tính gặp sự cố trong một ca làm việc là 10^{-3} , và việc máy gặp sự cố trong các ca làm việc là độc lập với nhau.

- Tính xác suất để trong một ca làm việc cả ba máy đều gặp sự cố.
- Hỏi trung bình sau bao nhiêu ca làm việc thì cả ba máy tính mới lại cùng gặp sự cố.

Bài 2.13. Số lượng khách hàng truy cập đến một trang Web của một máy chủ là một biến ngẫu nhiên Poisson với trung bình là 30 yêu cầu trong một phút.

- Tính xác suất để trong khoảng thời gian 100 giây không có lượt khách nào truy cập đến trang Web đó.
- Tính xác suất để trong khoảng thời gian 100 giây có từ 45 đến 55 lượt khách truy cập đến trang Web đó.

Bài 2.14. Cho biết lượng bạn đọc truy cập trang báo điện tử trong một ngày là một đại lượng ngẫu nhiên X có phân phối Poisson với trung bình là 10.000 lượt. Một banner quảng cáo được đặt vào trang báo điện tử đó với chi phí quảng cáo là đại lượng ngẫu nhiên Y xác định bởi công thức $Y = 20.000 + 7X$ (tính theo VND).

- Tính chi phí quảng cáo trung bình trong một ngày của banner quảng cáo. Tính phương sai của chi phí quảng cáo đó.
- Ký hiệu p là xác suất để chi phí quảng cáo trong một ngày vượt mức 88.500 VND. Hãy lập công thức biểu diễn p và tính theo p xác suất để trong một tuần có đúng hai ngày có chi phí quảng cáo vượt mức 88.500 VND.

Bài 2.15. Lưu lượng giao thông thường được mô hình hóa bởi phân phối Poisson. Dựa vào bảng ghi hình ở một điểm giao cắt trên một tuyến phố người ta đếm được trung bình trong 1 phút có 6 ô tô đi qua điểm giao cắt đó. Để cài đặt thời gian hợp lý cho đèn tín hiệu giao thông, các kỹ sư cần tính các xác suất sau

- Tính xác suất để không có xe ô tô nào đi qua điểm giao cắt đó trong thời gian 30 giây.
- Tính xác suất để có ít nhất 3 xe ô tô đi qua điểm giao cắt đó trong thời gian 40 giây.

Bài 2.16. Một công ty dịch vụ có 4 máy chiếu để cho thuê với giá 550.000 đồng/1 ngày. Cho biết chi phí cho mỗi máy (gồm khấu hao tài sản và chi phí quản lý) là 120.000 đồng/1 ngày. Số nhu cầu gọi đến công ty để thuê máy mỗi ngày là một đại lượng ngẫu nhiên X có phân phối Poisson với tham số là $\lambda = 3, 6$.

- Tính xác suất để cả 4 máy chiếu của công ty được thuê trong một ngày.
- Gọi Y là số tiền lãi nhận được từ việc cho thuê các máy chiếu trong một ngày. Hãy tính giá trị trung bình của Y .

Bài 2.17. Ở một tổng đài Bưu điện, các cuộc điện thoại gọi đến xuất hiện ngẫu nhiên, độc lập với nhau và tốc độ trung bình 2 cuộc gọi trong một phút.

- Tìm xác suất có đúng 5 cuộc điện thoại trong 2 phút.
- Tìm xác suất không có cuộc điện thoại nào trong khoảng thời gian 40 giây.
- Tìm xác suất có ít nhất một cuộc điện thoại trong khoảng thời gian 20 giây.

Bài 2.18. Một cửa hàng bán đồ điện tử gồm hai mặt hàng là: tivi và tủ lạnh. Số tivi và tủ lạnh bán trong một ngày đều có phân phối Poisson và chúng độc lập với nhau. Trung bình mỗi ngày bán được 3 chiếc tivi và 2 chiếc tủ lạnh. Tìm xác suất để một ngày cửa hàng bán được ít nhất 6 chiếc (tivi và tủ lạnh).

Bài 2.19. Xác suất làm thất thoát một gói thông tin của một đường truyền mạng là 1%, việc bị thất thoát của các gói thông tin là độc lập với nhau và gói thông tin nào bị thất thoát sẽ được truyền lại. Giả sử có một thư điện tử chứa 100 gói thông tin được truyền qua mạng.

- Tính xác suất để có ít nhất hai gói thông tin bị truyền lại.
- Hãy tính trung bình và độ lệch chuẩn của số gói thông tin bị truyền lại.
- Một thư điện tử bị coi là lỗi nếu có quá 3% số gói thông tin bị thất lạc. Nếu truyền 10 thư điện tử, mỗi thư có 100 gói thông tin, hãy tính xác suất để có 2 thư bị lỗi.

Bài 2.20. Đường dây điện thoại ở một quầy tư vấn khách hàng ở một sân bay có thời gian bận chiếm 40% tổng số thời gian. Có 5 cuộc gọi điện đến đường dây đó ở các thời điểm khác nhau. Gọi X là số cuộc gọi kết nối thành công.

- Lập bảng phân phối xác suất của đại lượng ngẫu nhiên X .
- Tính xác suất để có ít nhất 3 cuộc gọi kết nối được.

Bài 2.21. Một trung tâm lưu trữ có 10000 đĩa CD để lưu trữ số liệu. Giả sử xác suất 1 đĩa CD bị hỏng trong một ngày trung tâm hoạt động là $p = 0.001$.

- Tính xác suất để trong một ngày trung tâm hoạt động không có đĩa nào bị hỏng.
- Tính xác suất để trong 2 ngày hoạt của trung tâm số đĩa bị hỏng ít hơn 5.

Bài 2.22. Một tổng đài điện thoại có 1000 đường dây, xác suất để trong một giờ mỗi đường dây có tín hiệu là 0,001. Tính xác suất để trong một giờ:

- Có 4 đường dây có tín hiệu.
- Có không ít hơn 3 đường dây có tín hiệu.

Bài 2.23. Xác suất để một điện thoại di động bị hỏng trong thời gian bảo hành là 0,002. Một đại lý bán ra 1500 chiếc điện thoại đó. Gọi X là số điện thoại bị hỏng trong thời gian bảo hành của 1500 chiếc được bán ra.

- Hãy tính giá trị trung bình của X .
- Nếu số điện thoại bị hỏng trung bình trong thời gian bảo hành là 50 thì số điện thoại bán ra tương ứng là bao nhiêu?

Bài 2.24. Các đồng hồ tính cước điện tử trên các xe taxi phải được kiểm tra tính chính xác theo định kỳ 6 tháng một lần. Lệ phí kiểm tra định kỳ là 180.000 đồng đối với các xe có đồng hồ đạt tiêu chuẩn. Các xe có đồng hồ không đảm bảo tính chính xác thì phải sửa chữa hoặc thay thế và kiểm tra lại nên có lệ phí kiểm tra là 250.000 đồng. Cho biết xác suất để đồng hồ tính cước của mỗi xe bị xuống cấp và mất tính chính xác sau một định kỳ kiểm tra là 0,2. Gọi X là tổng lệ phí kiểm tra của một đội xe có 18 chiếc.

- Tính xác suất để xảy ra sự kiện X nhận giá trị không ít hơn 3,4 triệu đồng.
- Tính chi phí trung bình cho một kỳ kiểm tra.

Bài 2.25. Một chi nhánh của một tập đoàn viễn thông phụ trách 12 cột thu phát tín hiệu di động. Các cột thu phát tín hiệu này được kiểm tra bảo dưỡng định kỳ 6 tháng một lần. Chi phí kiểm tra bảo dưỡng là đại lượng ngẫu nhiên X (tính theo triệu đồng) được tính bằng công thức $X = 20 + 2Y$ với Y là đại lượng

ngẫu nhiên chỉ số cột thu phát tín hiệu có linh kiện xuống cấp cần thay thế. Xác suất để trong mỗi kỳ kiểm tra một cột thu phát tín hiệu có linh kiện xuống cấp cần thay thế là 0.24.

- Tính xác suất để số tiền chi phí cho một kỳ kiểm tra không quá 24 triệu đồng.
- Tính chi phí trung bình cho một kỳ kiểm tra.

3. Đại lượng ngẫu nhiên liên tục

Bài 3.1. Cho đại lượng ngẫu nhiên X có hàm mật độ xác suất là:

$$f(x) = \begin{cases} a \cos x & \text{nếu } |x| < \frac{\pi}{2}, \\ 0 & \text{nếu } |x| \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

- Tìm hệ số a và vẽ đồ thị hàm số $f(x)$.
- Tính $\mathbb{P}(0 < X < \pi/4)$.
- Tìm hàm phân phối xác suất $F(x)$.

Bài 3.2. Cho hàm

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x < 1 \\ a(x-1)^2 & \text{nếu } 1 \leq x < 4 \\ 1 & \text{nếu } x \geq 4. \end{cases}$$

- Tìm hệ số a để $F(x)$ là hàm phân phối xác suất của một đại lượng ngẫu nhiên liên tục X nào đó.
- Với a tìm được, hãy xác định hàm mật độ $f(x)$ và tính $\mathbb{P}\{1,5 < X < 2,5\}$.

Bài 3.3. Cho hàm

$$f(x) = \begin{cases} a \cdot x^2 & \text{nếu } 0 \leq x \leq 10 \\ 0 & \text{trong trường hợp khác.} \end{cases}$$

- Tìm a để $f(x)$ là hàm mật độ của đại lượng ngẫu nhiên X nào đó.
- Tính $\mathbb{E}X$.
- Tính xác suất để trong 3 phép thử độc lập thì có ít nhất 1 lần X nhận giá trị trong khoảng $(5; 8)$.

Bài 3.4. Cho hàm

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a}{x^2} & \text{nếu } x \geq 1 \\ 0 & \text{nếu } x < 1. \end{cases}$$

- Xác định hằng số a để $f(x)$ là hàm mật độ của đại lượng ngẫu nhiên X nào đó.
- Tìm hàm phân phối $F(x)$ và tính $\mathbb{P}\{2 < X < 3\}$.
- Tìm xác suất để trong 5 phép thử độc lập thì X đều không lấy giá trị trong khoảng $(2; 3)$.

Bài 3.5. Giả sử X là đại lượng ngẫu nhiên liên tục có phân bố đều trên $[1,5; 5,5]$.

- Tính $\mathbb{E}X, \mathbb{V}X$.
- Tính $\mathbb{P}\{X < 2,5\}$.

Bài 3.6. Độ dày của lớp cản quang được tráng lên một tấm bán dẫn tuân theo phân phối đều trên đoạn $[0, 2050 - 0, 2150]$ (đơn vị micromet).

- Tìm hàm phân phối của biến ngẫu nhiên chỉ độ dày của lớp cản quang.
- Tìm tỷ lệ số tấm cản quang có độ dày lớn hơn 0,2125 micromet.
- Tìm độ dày trung bình và độ lệch chuẩn của độ dày của lớp cản quang đó.

Bài 3.7. Hệ thống an ninh tại một trụ sở chính của một ngân hàng gồm 15 bộ cảm biến hồng ngoại mới và các thiết bị khác. Cho biết thời gian sử dụng X của mỗi bộ cảm biến hồng ngoại là một đại lượng ngẫu nhiên có hàm mật độ

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x < 1 \text{ (năm)}, \\ \frac{64}{(x+1)^5} & \text{nếu } x \geq 1 \text{ (năm)}. \end{cases}$$

- Tính xác suất để một bộ cảm biến có thời gian sử dụng trên 3 năm.
- Sau 3 năm sử dụng số lượng cảm biến trong 15 bộ cảm biến đó đã phải thay thế có trung bình là bao nhiêu.

Bài 3.8. Việc đo đạc các thông số vật lý của các hệ thống kỹ thuật thường có những sai số do chính quá trình đo đạc gây ra, gọi là sai số đo đạc. Các nhà khoa học thống kê đã mô hình hóa những sai số đo đạc này thành những phân bố xác suất. Giả sử sai số đo đạc X của một hệ thống điện tử được mô hình hóa thành biến ngẫu nhiên có hàm mật độ dạng

$$f(x) = \begin{cases} k(3-x^2) & \text{nếu } -1 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{trong trường hợp khác.} \end{cases}$$

- Hãy tìm số thực k để $f(x)$ là hàm mật độ của đại lượng ngẫu nhiên X .
- Hãy tìm hàm phân phối xác suất $F(x)$.
- Hãy tính xác suất để sai số đo đạc của hệ thống có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn 1/2.

Bài 3.9. Tuổi thọ (tính bằng giờ) tính từ lúc bắt đầu sử dụng của bộ phận đọc đĩa trong đầu DVD là biến ngẫu nhiên có hàm mật độ xác suất như sau

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2000} e^{-\frac{x}{2000}} & \text{nếu } x \geq 0 \\ 0 & \text{nếu } x < 0. \end{cases}$$

- a) Hãy tìm hàm phân phối $F(x)$.
- b) Hãy tính xác suất để bộ phận đọc đĩa của một đầu DVD có tuổi thọ lớn hơn 1000 giờ.
- c) Tính xác suất để bộ phận đọc đĩa của một đầu DVD hỏng trước 1500 giờ.
- d) Tính tuổi thọ trung bình và độ lệch chuẩn của tuổi thọ của bộ phận đọc đĩa.

Bài 3.10. Giả sử tuổi thọ (tính bằng năm) của một mạch điện tử trong máy tính là một đại lượng ngẫu nhiên có phân bố mũ với kỳ vọng là 6,5. Thời gian bảo hành của mạch điện tử này là 5 năm. Hãy tính xác suất mạch điện tử bán ra phải thay thế trong thời gian bảo hành.

Bài 3.11. Giả sử thời gian gọi một cuộc điện thoại, tính theo phút là một đại lượng ngẫu nhiên tuân theo phân bố mũ với tham số $\lambda = \frac{1}{8}$. Một người đến trạm điện thoại trước bạn. Tính xác suất để bạn phải đợi:

- a) Hơn 10 phút.
- b) Từ 5 đến 12 phút.

Bài 3.12. Thời gian thực hiện thủ tục nhập cảng của mỗi con tàu là một đại lượng ngẫu nhiên X có luật phân bố mũ với giá trị trung bình là 3 giờ.

- a) Hãy xác định hàm mật độ và hàm phân phối xác suất của X .
- b) Tính xác suất để một con tàu nào đó có thời gian làm thủ tục nhập cảng lớn hơn 3 giờ.

Bài 3.13. Tuổi thọ tính theo năm sử dụng (thời gian sử dụng liên tục) của một loại Role điện tử tuân theo luật phân phối mũ với tuổi thọ trung bình là $\lambda = 2$ năm. Sử dụng 100 Role trong các hệ thống điện khác nhau, tính xác suất có nhiều nhất 3 Role bị hỏng ngay trong năm đầu tiên.

Bài 3.14. Thời gian sử dụng của một trạm thu phát tín hiệu viễn thông được mô hình hóa bởi một đại lượng ngẫu nhiên X (tính theo năm) có phân phối mũ với trung bình là 6 năm. Chi phí lắp đặt và vận hành của trạm là đại lượng ngẫu nhiên Y (tính theo chục triệu đồng) được xác định bằng công thức $Y = 6+8X$. Hãy xác định hàm mật độ xác suất của đại lượng ngẫu nhiên Y .

Bài 3.15. Tuổi thọ của một loại máy chiếu là đại lượng ngẫu nhiên X có phân phối mũ (tính theo năm) với trung bình là 5 năm.

- a) Tính xác suất để một chiếc máy chiếu loại đó sử dụng được trên 6 năm.
- b) Một công ty sử dụng 3 máy chiếu loại đó. Tính xác suất để trong 3 chiếc máy chiếu đó có 2 chiếc sử dụng được trên 6 năm và một chiếc sử dụng được trong khoảng thời gian từ 4 đến 6 năm.

Bài 3.16. Tuổi thọ (tính theo giờ sử dụng) của một đầu đọc quang học trong ổ đĩa DVD là một biến ngẫu nhiên X có phân phối mũ với trung bình là 1800 giờ.

- a) Tính xác suất để một đầu đọc quang học sử dụng được trên 1200 giờ.
- b) Một nhóm sinh viên được giao hai ổ DVD cũ đã sử dụng 1200 giờ và một ổ DVD mới. Tính xác suất của sự kiện cả ba ổ DVD được giao, đầu đọc quang học tiếp tục sử dụng được trên 1000 giờ.

Bài 3.17. Tốc độ truyền của một máy chủ ở một trường đại học đến máy tính của sinh viên trong một ngày tuân theo luật phân phối chuẩn với trung bình là 60 Kbps (60 kilobit/giây) và độ lệch chuẩn là 4 Kbps.

- a) Tính xác suất để một file được chuyển từ máy chủ đến máy tính sinh viên với tốc độ tối thiểu là 65 Kbps.
- b) Tính xác suất để một file được chuyển từ máy chủ đến máy tính sinh viên với tốc độ tối đa là 55 Kbps.

Bài 3.18. Tuổi thọ của một bóng đèn là đại lượng ngẫu nhiên X (tính theo năm), với $X \sim N(4, 2; 2, 25)$. Khi bán ra mỗi bóng đèn được lãi 100 ngàn đồng, nhưng nếu bóng đèn bị bảo hành thì lỗ 300 ngàn đồng. Vậy để tiền lãi trung bình khi bán mỗi bóng đèn là 30 ngàn đồng thì cần phải quy định thời gian bảo hành là bao nhiêu?

Bài 3.19. Cho biết thời gian sử dụng Internet của một sinh viên ngành CNTT trong một ngày là đại lượng ngẫu nhiên (tính theo giờ) có phân phối chuẩn. Cho biết xác suất một sinh viên có thời gian sử dụng Internet trong một ngày lớn hơn 2 giờ là 0,7 và xác suất để một sinh viên có thời gian sử dụng Internet nhỏ hơn 1 giờ là 0,0059.

- a) Tính thời gian sử dụng Internet trung bình trong một ngày của sinh viên CNTT.
- b) Tính xác suất để một sinh viên ngành CNTT sử dụng Internet lớn hơn 3 giờ trong ngày.
- c) Gặp ngẫu nhiên 3 sinh viên ngành CNTT, tính xác suất để trong ba sinh viên đó có đúng 2 sinh viên sử dụng Internet từ 2 đến 4 giờ.

Bài 3.20. Tuổi thọ của một laze bán dẫn trong một loại công tơ điện tuân theo luật phân phối chuẩn với trung bình là 1000 giờ và độ lệch chuẩn là 700 giờ.

- a) Tính xác suất để laze bán dẫn đó bị hỏng trước khi sử dụng được 2000 giờ.
- b) Giả sử có 3 laze bán dẫn hoạt động độc lập trong một công tơ điện. Hãy tính xác suất để sau 2400 giờ làm việc cả 3 laze vẫn còn hoạt động.

Bài 3.21. Thời gian sử dụng (tính theo tháng) của một loại máy in laser là một đại lượng ngẫu nhiên X

có phân phối chuẩn với trung bình là 45 tháng và độ lệch tiêu chuẩn là 5 tháng. Một công ty kinh doanh mua mới một lô 25 máy in mới thuộc loại đó để sử dụng.

a) Tính xác suất để một máy in có thời gian sử dụng không quá 48 tháng.

b) Tính giá trị trung bình của số máy in thuộc lô 25 máy in nói trên sử dụng được trên 4 năm.

Bài 3.22. Độ dài chi tiết máy được sản xuất tự động là một đại lượng ngẫu nhiên X có phân phối chuẩn với giá trị trung bình là μ (cm) và độ lệch tiêu chuẩn là 0,1 (cm). Cho biết xác suất để một chi tiết máy có độ dài trên 19,804 cm là 0,975.

a) Tính giá trị của μ .

b) Một chi tiết máy được gọi là đạt tiêu chuẩn nếu sai lệch giữa độ dài của nó và độ dài trung bình không vượt quá 0,15 (cm). Hãy tính tỉ lệ sản phẩm không đạt tiêu chuẩn.

4. Biến ngẫu nhiên nhiều chiều

Bài 4.1. Gian hàng điện máy của một siêu thị có hai quầy thu ngân, mỗi quầy thu ngân có hai nhân viên thu ngân. Gọi X, Y tương ứng là số nhân viên thu ngân bận ở mỗi quầy tại cùng một thời điểm. Biết bảng phân phối xác suất đồng thời của đại lượng ngẫu nhiên hai chiều (X, Y) như sau:

$X \backslash Y$	0	1	2
0	0,05	0,1	0,15
1	0,1	0,15	0,1
2	0,05	0,2	0,1

a) Lập bảng phân phối xác suất của X và Y .

b) Tính trung bình số thu ngân bận ở cả hai quầy thu ngân tại cùng một thời điểm $\mathbb{E}(X + Y)$.

c) Hỏi X và Y có độc lập không?

d) Tính hiệp phương sai và hệ số tương quan giữa X và Y .

Bài 4.2. Gọi X, Y lần lượt là tín hiệu đầu vào và tín hiệu đầu ra của một kênh thông tin. Biết bảng phân phối xác suất đồng thời của đại lượng ngẫu nhiên hai chiều (X, Y) như sau:

$X \backslash Y$	-1	0	1
-1	1/4	1/8	1/8
1	1/4	1/8	1/8

a) Tính $\mathbb{E}(XY), \mathbb{V}(XY)$.

b) Hỏi X và Y có độc lập không?

c) Tìm kỳ vọng có điều kiện của Y đối với X .

Bài 4.3. Một trang web cho phép gửi ảnh, mỗi ảnh có kích thước $X \times Y$ pixels. Biết bảng phân phối xác suất đồng thời của đại lượng ngẫu nhiên hai chiều (X, Y) như sau:

$X \backslash Y$	1200	1600	2400
800	0,15	0,1	0,05
1200	0,2	0,1	0,2
1600	0,05	0,05	0,1

a) Tính dung lượng trung bình của một ảnh $\mathbb{E}(XY)$.

b) Tính hệ số tương quan.

c) Tìm kỳ vọng có điều kiện của X đối với Y .

Bài 4.4. Một trang web cho phép gửi ảnh, mỗi ảnh có kích thước $X \times Y$ pixels. Mỗi pixels lưu trữ bởi 2 bytes và ảnh được nén với tỷ lệ 10:1. Biết bảng phân phối xác suất đồng thời của đại lượng ngẫu nhiên hai chiều (X, Y) như sau:

$X \backslash Y$	800	1200	1600
400	1/12	1/4	1/12
800	1/6	1/12	1/8
1200	1/12	1/12	1/24

a) Tính dung lượng trung bình của một ảnh sau khi nén $\mathbb{E}(0,2XY)$.

b) Tính hiệp phương sai.

c) Tìm kỳ vọng có điều kiện của Y đối với X .

Bài 4.5. Ký hiệu X là đại lượng ngẫu nhiên chỉ số tài khoản mà một sinh viên đăng ký trên một dịch vụ lưu trữ dữ liệu và Y (tính theo GB) là dung lượng lưu trữ miễn phí mà dịch vụ đó cung cấp. Cho biết hàm khối xác suất đồng thời của (X, Y) được xác định bởi:

$$f(x, y) = c(x + y), \quad x = 0, 1, 2; \quad y = 1, 2.$$

a) Tìm hằng số c .

b) Tính giá trị trung bình $\mathbb{E}(XY)$ của lượng dữ liệu miễn phí mà sinh viên lưu trữ theo một dịch vụ.

c) Tính hệ số tương quan giữa số lượng tài khoản X và dung lượng miễn phí Y .

Bài 4.6. Cho hàm khối xác suất đồng thời của (X, Y) xác định bởi:

$$f(x, y) = c|2x + y|, \quad x = -1, 1; \quad y = 0, 1, 2.$$

- a) Tìm hằng số c .
- b) Lập bảng phân phối của biến ngẫu nhiên tích XY .
- c) Tìm hiệp phương sai và hệ số tương quan giữa X và Y .

Bài 4.7. Cho hàm khối xác suất đồng thời của (X, Y) xác định bởi:

$$f(x, y) = c|xy|, \quad x = 1, 2; \quad y = -1, 1, 2.$$

- a) Tìm hằng số c .
- b) Hỏi X và Y có độc lập không?
- c) Tính $\mathbb{P}(X + Y) = 3; \mathbb{P}(X \neq Y)$.

Bài 4.8. Cho bảng phân phối xác suất đồng thời của (X, Y) như sau:

	Y	-1	0	1
X	-1	0	1/4	0
	0	1/4	0	1/4
	1	0	1/4	0

Chứng minh rằng hệ số tương quan giữa X và Y bằng 0 nhưng X và Y không độc lập.

Bài 4.9. Một xe chở hàng trên đoạn đường từ A tới B cần phải đi qua hai hệ thống tín hiệu đèn giao thông. Gọi X là số lần gặp đèn đỏ khi xe đi từ A tới B. Gọi Y là số lần gặp đèn đỏ khi xe đi từ B tới A. Biết hàm khối xác suất đồng thời của đại lượng ngẫu nhiên hai chiều (X, Y) như sau:

	Y	0	1	2
X	0	0,15	0,1	0,05
	1	0,2	0,15	0,1
	2	0,05	0,1	0,1

- a) Tính $\mathbb{E}[X + Y]$.
- b) Hỏi X và Y có độc lập không?
- c) Tính hiệp phương sai và hệ số tương quan.

Bài 4.10. Một hộp chứa 10 viên pin trong đó có 4 viên pin mới, 3 viên pin cũ và 3 viên pin đã hỏng. Chọn ngẫu nhiên 2 viên pin từ trong hộp. Gọi X, Y lần lượt là biến ngẫu nhiên chỉ số viên bị mới và cũ trong số 2 viên pin lấy ra.

- a) Lập bảng phân phối xác suất đồng thời của (X, Y) .
- b) Tính hiệp phương sai và hệ số tương quan.

Bài 4.11. Khi truyền tín hiệu (mã hóa theo bit), do có nhiễu trên đường truyền nên các bit bị méo theo 3 mức cao, trung bình, thấp với xác suất tương ứng là 0,01; 0,04 và 0,95. Giả sử có 2 bit được truyền, các

bit được truyền độc lập. Gọi X là số bit thay đổi ở mức cao, Y là số bit thay đổi ở mức trung bình.

- a) Tìm hàm khối xác suất đồng thời của (X, Y) .
- b) Lập bảng phân phối xác suất của X và Y .
- c) Tính $f_X(1|1)$ và $f_Y(1|1)$.

Bài 4.12. Khi truyền tải thông tin kỹ thuật số, mỗi bit nhận được được đánh giá là chấp nhận được, nghi ngờ hay không thể chấp nhận được phụ thuộc vào chất lượng của tín hiệu nhận được với xác suất tương ứng là 0,9; 0,08; 0,02. Giả sử có 3 bit được truyền đi. Gọi X là số bit có thể chấp nhận được, Y là số bit nghi ngờ.

- a) Lập bảng phân phối xác suất đồng thời của (X, Y) .
- b) Tính trung bình số bit nhận được được đánh giá là có thể chấp nhận được khi truyền đi 3 bit.
- c) Hỏi X và Y có độc lập không?

Bài 4.13. Để kiểm soát chất lượng sản phẩm, một nhà máy chuyên sản xuất linh kiện điện tử lấy mẫu một phần sản phẩm sản xuất ra và sử dụng hai máy để kiểm tra và phân loại. Xác suất nhận biết chính xác linh kiện bị lỗi của hai máy lần lượt là 0,993 và 0,997. Biết rằng hai máy hoạt động độc lập nhau. Giả sử có 2 linh kiện bị lỗi được đưa qua hai máy để kiểm tra. Gọi X, Y là số linh kiện được xác định là bị lỗi bởi máy 1 và 2.

- a) Lập bảng phân phối xác suất đồng thời của (X, Y) .
- b) Lập bảng phân phối xác suất của X, Y .
- c) Tính $\mathbb{E}[X - Y], \mathbb{V}[X - Y]$.

Bài 4.14. Một trang Web cung cấp cho khách hàng truy cập hai lựa chọn hoặc là xem trước một video quảng cáo hoặc là bỏ qua quảng cáo và tới trang web. Biết xác suất một khách hàng truy cập bỏ qua quảng cáo để đi tới trang web là 0,7. Giả sử trong 1 giây có 3 khách hàng truy cập vào trang web. Gọi X, Y tương ứng là số khách hàng có xem quảng cáo và bỏ qua quảng cáo khi truy cập vào trang web này trong thời gian 1 giây.

- a) Lập bảng phân phối xác suất của (X, Y) .
- b) Tính trung bình số khách hàng có xem quảng cáo khi truy cập vào trang web trong thời gian 1 giây.
- c) Tìm kỳ vọng có điều kiện của Y đối với X .

Bài 4.15. Một modem truyền một tín hiệu có điện áp là biến ngẫu nhiên X có giá trị -1 Vol hoặc 1 Vol với xác suất bằng nhau đến một kênh thông tin. Kênh thông tin cộng thêm vào tín hiệu này một nhiễu có giá trị điện áp thuộc tập $\{0, +1\}$ và với xác suất tương ứng là $\{0, 7; 0, 3\}$. Gọi Y là biến ngẫu nhiên chỉ giá trị điện áp truyền ra của kênh thông tin.

- a) Lập bảng phân phối xác suất của (X, Y) .

- b) Xác định trung bình điện áp truyền ra của kênh thông tin.
 c) Tính hiệp phương sai và hệ số tương quan.
 d) Tính kỳ vọng có điều kiện của Y đối với X .

Bài 4.16. Một modem truyền một tín hiệu có điện áp là biến ngẫu nhiên X có giá trị -1 Vol hoặc 1 Vol với xác suất tương ứng là $1/4, 3/4$ đến một kênh thông tin. Giá trị điện áp truyền ra của kênh thông tin là biến ngẫu nhiên Y nhận giá trị bằng giá trị của X với xác suất bằng $1/2$, bằng giá trị của $-X$ với xác suất bằng $1/4$, bằng 0 với xác suất bằng $1/4$.

- a) Lập bảng phân phối xác suất của (X, Y) .
 b) Xác định trung bình điện áp truyền ra của kênh thông tin.
 c) Tính hiệp phương sai và hệ số tương quan.

Bài 4.17. Gọi X, Y lần lượt là biến ngẫu nhiên chỉ số trang web được yêu cầu tới một máy chủ trong 1 micro giây (1 ms) và 1 micro giây tiếp theo. Biết rằng trong khoảng thời gian 1 micro giây có 0 hoặc 1 trang web được yêu cầu với xác suất tương ứng là $0,95$ và $0,05$ và các yêu cầu trong các khoảng thời gian 1 ms khác nhau là độc lập với nhau.

- a) Lập bảng phân phối xác suất của (X, Y) .
 b) Tính $\mathbb{E}[XY]$.

Bài 4.18. Biết rằng trong khoảng thời gian 1 micro giây có 0 hoặc 1 trang web được yêu cầu tới một máy chủ với xác suất tương ứng là $0,95$ và $0,05$ và các yêu cầu trong các khoảng thời gian 1 ms khác nhau là độc lập với nhau. Gọi X, Y lần lượt là biến ngẫu nhiên chỉ số trang web được yêu cầu tới một máy chủ trong khoảng thời gian $(0, 1)$ micro giây và $(0, 2)$ micro giây.

- a) Lập bảng phân phối xác suất của (X, Y) .
 b) Tính trung bình số trang web được yêu cầu tới máy chủ trong khoảng thời gian $(0, 2)$ micro giây.
 c) Tính kỳ vọng có điều kiện của Y đối với X .

ĐÁP SỐ

1. Đại cương về lý thuyết Xác suất

1.1. $\frac{1}{25 \cdot 10^6}$.

1.2. a) $\frac{C_{64}^9}{C_{74}^9}$, b) $\frac{C_{54}^9}{C_{74}^9}$.

1.3. $\frac{2}{13}$.

1.4. a) $0,504$, b) $0,027$.

1.5. a) $0,66$, b) $0,34$.

1.6. $0,40275$.

1.7. $0,39525$.

1.8. a) $0,76734$, b) $\approx 0,5588$.

1.9. a) $\approx 0,9505$, b) $\approx 0,6312$

1.10. a) $0,98375$, b) $\approx 0,2308$.

1.11. a) $0,73$, b) $\approx 0,9781$.

1.12. $0,13$.

1.13. $0,4$.

1.14. $0,74$

1.15. $0,895$.

1.16. a) $0,1012$, b) $\approx 0,3405$.

1.17. a) $0,059$, b) $\approx 0,0339$.

1.18. $\approx 0,8131$.

1.19. a) $\approx 0,1351$, b) $\approx 0,0184$.

1.20. a) $\approx 0,7358$, b) $\approx 0,0136$.

1.21. a) $\approx 0,03268$, b) $\approx 0,0010689$.

2. Đại lượng ngẫu nhiên rời rạc

2.1. a) $\mathbb{P}(X \leq 4) = 0,9$, $\mathbb{P}(X > 4) = 0,1$.
 b) $\mathbb{P}(3 \leq X \leq 6) = 0,2$.

2.2. a) Bảng phân phối xác suất của Y :

Y	-1	0	1	2
\mathbb{P}	$0,1$	$0,2$	$0,3$	$0,4$

b) $\mathbb{E}Y = 1$, $\mathbb{V}Y = 1,1$.

c) $F(y) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } y < -1, \\ 0,1 & \text{nếu } -1 \leq y < 0, \\ 0,3 & \text{nếu } 0 \leq y < 1, \\ 0,6 & \text{nếu } 1 \leq y < 2, \\ 1 & \text{nếu } y \geq 2. \end{cases}$

2.3. Bảng phân phối xác suất của X :

X	9	10	11	12
\mathbb{P}	$\frac{C_{25}^9 C_3^3}{C_{28}^{12}}$	$\frac{C_{25}^{10} C_3^2}{C_{28}^{12}}$	$\frac{C_{25}^{11} C_3^1}{C_{28}^{12}}$	$\frac{C_{25}^{12} C_3^0}{C_{28}^{12}}$

$\mathbb{E}X \approx 10,7143$, $\mathbb{V}X \approx 0,6803$.

2.4. Bảng phân phối xác suất của X :

X	5600	6000	6400	6800	7200
\mathbb{P}	$\frac{15}{1001}$	$\frac{160}{1001}$	$\frac{420}{1001}$	$\frac{336}{1001}$	$\frac{70}{1001}$

$\mathbb{E}X \approx 6514, 2857$ (nghìn đồng).

2.5. a) Bảng phân phối xác suất của X :

X	0	1	2	3
\mathbb{P}	0,963448	0,036105	0,000445	0,000018

b) $\mathbb{E}X = 0,072661$, c) 0,9999982.

2.6. a) Bảng phân phối xác suất của X :

X	0	1	2	3	4
\mathbb{P}	0,008	0,00992	0,0147312	0,019346976	0,048001824

b) $\mathbb{E}X = 3,889430624$, $\mathbb{V}X = 0,283326189$.
c) 0,999859407.

2.7. Bảng phân phối xác suất của X :

X	1	2	3	4
\mathbb{P}	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{34}$	$\frac{5}{272}$	$\frac{1}{816}$

$\mathbb{E}X = \frac{19}{16} = 1,1875$.

2.8. Bảng phân phối xác suất của X :

X	0	1	2	3	4
\mathbb{P}	0,1	0,063	0,13392	0,17577	0,52731

$\mathbb{E}X = 2,96739$, $\mathbb{V}X \approx 1,81217$.

2.9. a) $\approx 0,9988$

b) Bảng phân phối xác suất của X :

X	1	2	3	...	k	...
\mathbb{P}	0,74	$0,26 \times 0,74$	$(0,26)^2 \times 0,74$...	$(0,26)^{k-1} \times 0,74$...

2.10. Bảng phân phối xác suất của X :

X	0	1	2	...	k	...
\mathbb{P}	0,155	$0,845 \times 0,155$	$(0,845)^2 \times 0,155$...	$(0,845)^k \times 0,155$...

$\mathbb{E}X \approx 5,4516$.

2.11. Bảng phân phối xác suất của X :

X	0	1	2	...	k	...
\mathbb{P}	0,0045	$0,9955 \times 0,0045$	$(0,9955)^2 \times 0,0045$...	$(0,9955)^k \times 0,0045$...

$\mathbb{E}X \approx 221,2222$.

2.12. a) 10^{-9} , b) 10^9 ca.

2.13. a) e^{-50} , b) $\approx 0,5634$.

2.14. a) $\mathbb{E}X = 90.000$ đồng, $\mathbb{V}X = 49.000$.

b) $p = \sum_{k=9786}^{\infty} \frac{10000^k}{k!} e^{-10000} = 1 - \sum_{k=0}^{9785} \frac{10000^k}{k!} e^{-10000}$.

Xác suất để trong một tuần có đúng hai ngày chi phí quảng cáo vượt mức 88.500 đồng là: $C_7^2 p^2 (1-p)^5$.
Ta có thể tính gần đúng p bằng cách sử dụng kết quả:

$$Z = \frac{X - \lambda}{\sqrt{\lambda}} = \frac{X - 10000}{\sqrt{10000}}$$

là phân phối xấp xỉ chuẩn tắc. Do đó

$$\begin{aligned} p &= 1 - \sum_{k=0}^{9785} \frac{10000^k}{k!} e^{-10000} = 1 - \mathbb{P}(X \leq 9785) \\ &\approx 1 - \mathbb{P}\left(Z \leq \frac{9785 + 0,5 - 10000}{\sqrt{10000}}\right) \\ &\approx 1 - \mathbb{P}(-2,145) \approx 1 - 0,0162 \\ &\approx 0,9838. \end{aligned}$$

Xác suất để trong một tuần có đúng hai ngày chi phí quảng cáo vượt mức 88.500 đồng là:

$$C_7^2 (0,9838)^2 (1 - 0,9838)^5 \approx 2,2678 \times 10^{-8}.$$

2.15. a) $\approx 0,0498$, b) $\approx 0,4335$.

2.16. a) $\approx 0,7064$, b) $\mathbb{E}Y \approx 1.673,6033$ nghìn đồng.

2.17. a) $\approx 0,1563$, b) $\approx 0,2636$, c) $\approx 0,4866$.

2.18. $\approx 0,3840$.

2.19. a) $\approx 0,264238$
b) $\mathbb{E}X = 1$, $\mathbb{V}X = 0,99$.
c) $\approx 0,0131$.

2.20. a) Bảng phân phối xác suất của X :

X	0	1	2	3	4	5
\mathbb{P}	0,01024	0,0768	0,2304	0,3456	0,2592	0,07776

b) 0,68256.

2.21. a) $\approx 4,5173 \times 10^{-5}$.
b) $\approx 1,6835 \times 10^{-5}$

2.22. a) $\approx 0,0153$, b) $\approx 0,0802$.

2.23. a) $\mathbb{E}X = 3$, b) $n = 25.000$ chiếc điện thoại.

2.24. a) $\approx 0,7287$, b) 3.492.000 đồng.

2.25. a) $\approx 0,4222$, b) 25,76 triệu đồng.

3. Đại lượng ngẫu nhiên liên tục

3.1. a) $a = \frac{1}{2}$, b) $\frac{\sqrt{2}}{4}$,

c) $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x < -\frac{\pi}{2}, \\ \frac{1}{2}(1 + \sin x) & \text{nếu } -\frac{\pi}{2} \leq x < \frac{\pi}{2}, \\ 1 & \text{nếu } x \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$

3.2. a) $a = \frac{1}{9}$.

b) $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x \notin [1, 4]; \\ \frac{2}{9}(x-1) & \text{nếu } x \in [1, 4]. \end{cases}$

$\mathbb{P}\{1,5 < X < 2,5\} = \frac{2}{9}$.

3.3. a) $a = \frac{3}{1000}$; b) $EX = 7,5$; c) $\approx 0,7697$.

3.4. a) $a = 1$.

b) $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x < 1; \\ 1 - \frac{1}{x} & \text{nếu } x \geq 1. \end{cases}$

$\mathbb{P}\{2 < X < 3\} = \frac{1}{6}$.

c) $\approx 0,4019$.

3.5. a) $EX = 3,5$, $VX = \frac{4}{3}$. b) $0,25$.

3.6. a) $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x \notin [0, 2050, 0, 2150]; \\ 100 & \text{nếu } x \in [0, 2050, 0, 2150]. \end{cases}$

b) $0,25$.

c) Độ dày trung bình là $0,21$; độ lệch chuẩn là $\frac{\sqrt{3}}{600} \approx 0,002887$.

3.7. a) $0,0625$, b) $15,0625$.

3.8. a) $k = \frac{3}{16}$.

b) $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x < -1, \\ \frac{1}{2} + \frac{3}{16}\left(3x - \frac{x^3}{3}\right) & \text{nếu } -1 \leq x < 1, \\ 1 & \text{nếu } x \geq 1. \end{cases}$

c) $0,546875$.

3.9. a) $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x < 0; \\ 1 - e^{-\frac{x}{2000}} & \text{nếu } x \geq 0. \end{cases}$

b) $e^{-0,5} \approx 0,6065$. c) $1 - e^{-0,75} \approx 0,5276$.

d) Tuổi thọ trung bình là 2000 giờ; độ lệch chuẩn là 2000 giờ.

3.10. $1 - e^{-\frac{10}{13}} \approx 0,53663$.

3.11. a) $e^{-1,25} \approx 0,2865$; b) $e^{-0,625} - e^{-1,5} \approx 0,3121$.

3.12. a) $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x < 0; \\ 1 - e^{-\frac{x}{3}} & \text{nếu } x \geq 0. \end{cases}$

b) $e^{-1} \approx 0,3679$.

3.13.

$e^{-50} + C_{100}^1 e^{-49,5}(1 - e^{-0,5}) + C_{100}^2 e^{-49}(1 - e^{-0,5})^2 + C_{100}^3 e^{-48,5}(1 - e^{-0,5})^3 \approx 8,9290210^{-18}$.

3.14. $f_Y(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x < 6; \\ \frac{1}{48}e^{-\frac{x-6}{48}} & \text{nếu } x \geq 6. \end{cases}$

3.15. a) $e^{-1,2} \approx 0,3012$,

b) $3(e^{-1,2})^2(e^{-0,8} - e^{-1,2}) \approx 0,0403$.

3.16. a) $e^{-\frac{2}{3}} \approx 0,5134$. b) $(e^{-\frac{5}{9}})^3 \approx 0,5738$.

3.17. a) $1 - \Phi(1,25) = 0,1056$,

b) $\Phi(-1,25) = 0,1056$.

3.18. $k = 2,79$ năm.

3.19. a) $\mu = EX = 2,26$; b) $0,0694$; c) $0,6082$.

3.20. a) $0,9922$, b) $(0,0228)^3 \approx 1,1852 \times 10^{-5}$.

3.21. a) $0,7257$; b) $6,8575$.

3.22. a) $\mu = 20$; b) $86,62\%$.

4. Biến ngẫu nhiên nhiều chiều

4.1. a) Bảng phân phối xác suất của X :

X	0	1	2
\mathbb{P}	0,3	0,35	0,35

Bảng phân phối xác suất của Y :

Y	0	1	2
\mathbb{P}	0,2	0,45	0,35

b) $\mathbb{E}(X + Y) = 2,2$.

c) X và Y không độc lập.

d) $Cov(X, Y) = -0,0575$, $\rho(X, Y) = -0,09839$.

4.2. a) $\mathbb{E}(XY) = 0$, $V(XY) = \frac{3}{4}$.

b) X và Y độc lập.

c) $Z = \mathbb{E}(Y|X)$ là biến ngẫu nhiên hằng chỉ nhận giá trị bằng $-\frac{1}{4}$.

4.3. a) $\mathbb{E}(XY) = 2,032 \times 10^6$.

b) $\rho(X, Y) = 0,2513$.

c) Bảng phân phối xác suất của $Z = \mathbb{E}[X|Y]$:

$Z = \mathbb{E}[X Y]$	1100	1201	1257
\mathbb{P}	0,4	0,25	0,35

- 4.4. a) $\mathbb{E}(0, 2XY) = 1,653 \times 10^5$.
 b) $Cov(X, Y) = -9,689 \times 10^3$.
 c) Bảng phân phối xác suất của $Z = \mathbb{E}[Y|X]$:

$Z = \mathbb{E}[Y X]$	1200	1156	1120
\mathbb{P}	$\frac{5}{12}$	$\frac{9}{24}$	$\frac{5}{24}$

- 4.5. a) $c = \frac{1}{15}$, b) $\mathbb{E}[XY] = 2$,
 c) $\rho(X, Y) = -0,07053$.

- 4.6. a) $c = \frac{1}{12}$.

b) Bảng phân phối xác suất của XY :

XY	-2	-1	0	1	2
\mathbb{P}	0	$\frac{1}{12}$	$\frac{4}{12}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{4}{12}$

- c) $Cov(X, Y) = \frac{1}{3}$; $\rho(X, Y) = 0,4714$.

- 4.7. a) $c = \frac{1}{12}$. b) X và Y độc lập.

- c) $\mathbb{P}(X + Y = 3) = \frac{1}{3}$; $\mathbb{P}(X \neq Y) = \frac{7}{12}$.

4.8. Sinh viên tự giải.

- 4.9. a) 1,8 lần.

b) X và Y không độc lập.

- c) $Cov(X, Y) = 0,1425$, $\rho(X, Y) = 0,2431$.

4.10. a) Bảng phân phối xác suất đồng thời của (X, Y) :

$X \backslash Y$	0	1	2
0	$\frac{1}{15}$	$\frac{3}{15}$	$\frac{1}{15}$
1	$\frac{4}{15}$	$\frac{4}{15}$	0
2	$\frac{2}{15}$	0	0

- b) $Cov(X, Y) = -0,2133$; $\rho(X, Y) = -0,5345$.

4.11. a) Hàm khối xác suất đồng thời

$$f(x, y) = \frac{2! \cdot 0,01^x \cdot 0,04^y \cdot 0,95^{2-x-y}}{x!y!(2-x-y)!}, 0 \leq x + y \leq 2.$$

b) Bảng phân phối xác suất của X :

X	0	1	2
\mathbb{P}	0,9801	0,0198	0,0002

Bảng phân phối xác suất của Y :

Y	0	1	2
\mathbb{P}	0,9217	0,0768	0,0016

- c) $f_X(1|1) = 0,0404$; $f_Y(1|1) = 0,01042$.

4.12. a) Bảng phân phối xác suất đồng thời của (X, Y) :

$X \backslash Y$	0	1	2	3
0	$8 \cdot 10^{-6}$	$9,6 \cdot 10^{-5}$	$3,84 \cdot 10^{-4}$	$5,12 \cdot 10^{-4}$
1	0,00108	0,00864	0,01728	0
2	0,0486	0,1944	0	0
3	0,729	0	0	0

- b) 2,7.

c) X và Y không độc lập.

4.13. a) Bảng phân phối xác suất đồng thời của (X, Y) :

$X \backslash Y$	0	1	2
0	$4,41 \cdot 10^{-10}$	$2,931 \cdot 10^{-7}$	$4,871 \cdot 10^{-5}$
1	$1,251 \cdot 10^{-7}$	$8,316 \cdot 10^{-5}$	0,01382
2	$8,874 \cdot 10^{-6}$	$5,899 \cdot 10^{-3}$	0,9801

b) Bảng phân phối xác suất của X :

X	0	1	2
\mathbb{P}	$4,9 \cdot 10^{-5}$	0,013902	0,986049

Bảng phân phối xác suất của Y :

Y	0	1	2
\mathbb{P}	$9 \cdot 10^{-6}$	$5,982 \cdot 10^{-3}$	0,994009

- c) $\mathbb{E}[X - Y] = -0,008$, $\mathbb{V}[X - Y] = 0,01988$.

4.14. a) Bảng phân phối xác suất đồng thời của (X, Y) :

$X \backslash Y$	0	1	2	3
0	0	0	0	0,343
1	0	0	0,441	0
2	0	0,189	0	0
3	0,027	0	0	0

- b) $\mathbb{E}X = 0,9$.

c) Bảng phân phối xác suất của $Z = \mathbb{E}[Y|X]$:

$\mathbb{E}[Y X]$	0	1	2	3
\mathbb{P}	0,027	0,189	0,441	0,343

4.15. a) Bảng phân phối xác suất đồng thời của (X, Y) :

$X \backslash Y$	-1	0	1	2
-1	$\frac{7}{20}$	$\frac{3}{20}$	0	0
1	0	0	$\frac{7}{20}$	$\frac{3}{20}$

b) 0,3 Vol.

c) $Cov(X, Y) = 1$, $\rho(X, Y) = 0,9091$.

d) Bảng phân phối xác suất của $Z = \mathbb{E}[Y|X]$:

$\mathbb{E}[Y X]$	-0,7	1,3
\mathbb{P}	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

4.16. a) Bảng phân phối xác suất đồng thời của (X, Y) :

$X \backslash Y$	-1	0	1
-1	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$
1	$\frac{3}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{3}{8}$

b) $\mathbb{E}[Y] = 0,125$.

c) $Cov(X, Y) = \frac{3}{16}$, $\rho(X, Y) = 0,1537$.

4.17. a) Bảng phân phối xác suất đồng thời của (X, Y) :

$X \backslash Y$	0	1
0	0,9025	0,0475
1	0,0475	0,0025

b) $\mathbb{E}[XY] = 0,0025$.

4.18. a) Bảng phân phối xác suất đồng thời của (X, Y) :

$X \backslash Y$	0	1	2
0	0,9025	0,0475	0
1	0	0,0475	0,0025

b) 0,1.

c)

$\mathbb{E}[Y X]$	0,05	1,05
\mathbb{P}	0,95	0,05

MẪU ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN

Bộ môn Đại số và Xác suất thống kê trân trọng giới thiệu một số mẫu đề thi kết thúc học phần môn Xác suất thống kê. Để có sự chuẩn bị tốt cho kỳ thi sinh viên cần lưu ý các điểm sau:

1. Thời gian làm bài đối với mỗi đề thi là 75 phút. Sinh viên dự thi không phải chép đề.

2. Không được mang tài liệu trong phòng thi. Không mang điện thoại vào phòng thi. Sinh viên vi phạm sẽ nhận điểm 0 và bị đình chỉ thi.
3. Mang thẻ sinh viên khi đi thi, mang máy tính, bảng tra để sử dụng trong giờ thi.
4. Sinh viên không được nháp hay viết vẽ gì vào đề thi, phải nộp lại đề thi cùng bài làm khi hết giờ làm bài.

ĐỀ SỐ 1

Câu 1. Theo định kỳ các trạm thu phát tín hiệu viễn thông được kiểm tra các tiêu chuẩn an toàn. Cho biết xác suất để bộ phận thu phát sóng đạt tiêu chuẩn an toàn là 0,65; xác suất để bộ phận cấp điện đạt tiêu chuẩn an toàn là 0,7. Giả sử có hai trạm thu phát sóng được kiểm tra. Tính xác suất để số bộ phận đạt tiêu chuẩn an toàn ở hai trạm là như nhau.

Câu 2. Kết nối giữa máy tính và mạng internet ở trạng thái không có tín hiệu liên kết được duy trì trong thời gian 10 phút. Để tăng thời gian duy trì đường mạng một máy tính chạy thủ tục refresh bằng cách truyền các tín hiệu tới máy chủ của nhà cung cấp dịch vụ. Xác suất để một tín hiệu được truyền thành công là 0,75, thời gian để truyền thành công là 10 giây. Các tín hiệu được truyền 10 giây một lần cho đến khi thành công.

a) Cho biết thời điểm máy tính bắt đầu truyền tín hiệu lần thứ nhất là 9 phút 10 giây (tính từ thời điểm không có tín hiệu liên kết). Tính xác suất để thủ tục refresh của máy tính thực hiện thành công việc duy trì đường mạng.

b) Gọi X là đại lượng chỉ số tín hiệu được truyền khi thực hiện thủ tục refresh. Hãy lập bảng phân phối xác suất của X .

Câu 3. Thời gian sử dụng của một cụm đèn tín hiệu giao thông được mô hình hóa bởi một đại lượng ngẫu nhiên X (tính theo năm) có phân phối mũ với trung bình là 7,5 năm. Chi phí lắp đặt và vận hành của một cụm đèn là đại lượng ngẫu nhiên Y (tính theo triệu đồng) được xác định bằng công thức $Y = 50 + 15X$. Hãy xác định hàm mật độ xác suất của đại lượng ngẫu nhiên Y .

Câu 4. Một trang web cho phép gửi ảnh, mỗi ảnh có kích thước $X \times Y$ pixels. Biết bảng phân phối xác suất đồng thời của đại lượng ngẫu nhiên hai chiều (X, Y) như sau:

$X \backslash Y$	1200	1600	2400
400	0,2	0,1	0,05
1200	0,15	0,1	0,1
1600	0,15	0,1	0,05

- a) Tính dung lượng trung bình của một ảnh $\mathbb{E}(XY)$.
 b) Tính hệ số tương quan giữa X và Y .

$X \backslash Y$	-1	0	1
-1	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$
1	$\frac{3}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{3}{8}$

- a) Tính trung bình điện áp đầu ra của kênh thông tin.
 b) Tính hệ số tương quan.

ĐỀ SỐ 2

Câu 1. Một đội kỹ thuật phụ trách việc bảo dưỡng cho 4 cột thu phát tín hiệu viễn thông. Cho biết rằng trong một định kỳ (6 tháng) xác suất để mỗi cột trên gặp phải sự cố tương ứng là 0,3; 0,35; 0,4; 0,2. Tính xác suất để một định kỳ nào đấy xảy ra sự kiện "Có ít nhất một cột thu phát tín hiệu gặp sự cố đồng thời cột thứ ba không gặp sự cố".

Câu 2. Một tin nhắn được truyền lần lượt qua bốn cổng thông tin trên một đường truyền. Nếu tin nhắn được truyền qua cổng trước không bị lỗi thì mới được truyền tới cổng sau. Xác suất truyền lỗi của bốn cổng lần lượt là 0,01; 0,012; 0,005; 0,007. Gọi X là số cổng thông tin mà một tin nhắn truyền qua không bị lỗi. Hãy lập bảng phân phối xác suất của X và tính $\mathbb{E}X, \sqrt{X}$.

Câu 3. Thời gian download một file có dung lượng dưới 15 MB từ một website được mô hình hóa bởi một đại lượng ngẫu nhiên X (tính theo phút) có hàm mật độ xác suất như sau

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x \notin [0, 3] \\ \frac{4}{81}(9x - x^3) & \text{nếu } x \in [0, 3] \end{cases}$$

- a) Tính thời gian trung bình để download một file có dung lượng dưới 15 MB. Có bao nhiêu phần trăm file có dung lượng dưới 15 MB mà thời gian download thấp hơn mức trung bình.
 b) Một sinh viên có nhu cầu download các tài liệu học tập trong 4 file từ website đó (các file đều có dung lượng dưới 15 MB). Tính xác suất để khi download bốn file có đúng ba file có thời gian download dưới 2 phút.

Câu 4. Gọi X, Y lần lượt là tín hiệu đầu vào và tín hiệu đầu ra của một kênh thông tin. Biết bảng phân phối xác suất đồng thời của đại lượng ngẫu nhiên hai chiều (X, Y) như sau:

ĐỀ SỐ 3

Câu 1. Cho biết tỉ lệ máy tính bảng sử dụng hệ điều hành A là 63%, tỉ lệ máy tính bảng sử dụng hệ điều hành W là 37%. Xác suất để một máy tính bảng có hệ điều hành sử dụng ổn định (không phải cài đặt lại) trong 2 năm đầu tiên là 0,713. Tỉ lệ sử dụng ổn định của các máy tính bảng có hệ điều hành A cao hơn tỉ lệ sử dụng ổn định của các máy tính bảng có hệ điều hành W là 10%. Hãy tính xác suất để một máy tính bảng có hệ điều hành W sử dụng ổn định trong 2 năm đầu tiên.

Câu 2. Một người bán đồ chơi có điều khiển cho trẻ em dùng các viên pin 1,5v để lắp kèm các món đồ chơi mình bán. Ban đầu người đó có một hộp pin tiểu 1,5v gồm 17 viên pin con thỏ và 3 viên pin con ó. Sau khi bán một số đồ chơi thì người đó đã lấy ra ngẫu nhiên 9 viên pin để lắp kèm theo. Gọi X là đại lượng ngẫu nhiên chỉ số pin con thỏ đã được sử dụng. Hãy lập bảng phân phối xác suất của X và tính kỳ vọng, phương sai của X .

Câu 3. Tuổi thọ của một loại camera là đại lượng ngẫu nhiên X có phân phối mũ (tính theo năm) với trung bình là 5,5 năm.

- a) Tính xác suất để một chiếc camera loại đó sử dụng được trên 6,5 năm.
 b) Một cơ quan lắp một hệ thống 4 camera loại đó. Tính xác suất để trong 4 chiếc camera đó có ba chiếc sử dụng được trên 6,5 năm và một chiếc sử dụng được trong khoảng thời gian từ 4 đến 6,5 năm.

Câu 4. Cho hàm khối xác suất đồng thời của (X, Y) xác định bởi:

$$f(x, y) = c(2x + y), x = 1, 2, 3; y = -1, 1.$$

- a) Tìm hằng số c .
 b) Tính hệ số tương quan giữa X và Y .

ĐỀ SỐ 4

Câu 1. Một trạm chỉ phát hai loại tín hiệu A và B với xác suất tương ứng là 0,74 và 0,26. Do nhiễu trên đường truyền nên 8% tín hiệu A bị méo và thu được như là tín hiệu B, còn 5% tín hiệu B bị méo và thu được như là tín hiệu A.

- Tìm xác suất để thu được tín hiệu A.
- Giả sử thu được tín hiệu A, tính xác suất để đó cũng là tín hiệu phát.

Câu 2. Tại một siêu thị lớn, chương trình xử lý ảnh có thể đọc được chính xác số biển kiểm soát từ ảnh chụp biển số xe của khách hàng khi xe được đưa vào bãi xe với xác suất 0,925. Đối với các biển số xe mà chương trình không đọc được chính xác từ ảnh chụp, người trông xe phải nhập biển số vào hệ thống theo cách làm thủ công. Gọi X là đại lượng ngẫu nhiên chỉ số lượng biển kiểm soát được đọc chính xác từ ảnh chụp giữa hai lần phải nhập thủ công. Hãy lập bảng phân phối xác suất của X và tính trung bình của X .

Câu 3. Tại một cảng hàng không người ta trang bị đồng bộ 16 bộ cảm biến quang học mới trên hệ thống cửa ra vào. Cho biết thời gian sử dụng X của mỗi hệ thống này là một đại lượng ngẫu nhiên có hàm mật độ

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x < 1 \text{ (năm)}, \\ \frac{1029}{(x+6)^4} & \text{nếu } x \geq 1 \text{ (năm)}. \end{cases}$$

- Tính xác suất để một bộ cảm biến có thời gian sử dụng trên 5,5 năm.
- Sau 5,5 năm, số lượng cảm biến trong 15 bộ cảm biến đó đã phải thay thế có giá trị trung bình là bao nhiêu.

Câu 4. Một thùng đựng đồ chứa 10 linh kiện điện tử trong đó có 3 linh kiện mới, 4 linh kiện cũ và 3 linh kiện đã hỏng. Chọn ngẫu nhiên 2 linh kiện từ trong thùng. Gọi X, Y lần lượt là biến ngẫu nhiên chỉ số linh kiện cũ và hỏng trong số 2 linh kiện lấy ra.

- Lập bảng phân phối xác suất đồng thời của (X, Y) .
- Tính $\mathbb{E}[XY]$.

ĐỀ SỐ 5

Câu 1. Một nhà máy có ba phân xưởng chế tạo linh kiện điện tử tương ứng sản xuất 30%, 45%, 25% tổng sản phẩm. Tỷ lệ phế phẩm của từng phân xưởng tương ứng là 0,1; 0,3; 0,25.

- Tính tỉ lệ phế phẩm chung của nhà máy

b) Chọn ngẫu nhiên một linh kiện được sản xuất và nhận được phế phẩm. Tính xác suất để phế phẩm đó do phân xưởng thứ hai sản xuất.

Câu 2. Một chi nhánh của một tập đoàn viễn thông phụ trách 10 cột thu phát tín hiệu di động. Các cột thu phát tín hiệu này được kiểm tra bảo dưỡng định kỳ 6 tháng một lần. Chi phí kiểm tra bảo dưỡng là đại lượng ngẫu nhiên X (tính theo triệu đồng) được tính bằng công thức $X = 18 + 2,5Y$ với Y là đại lượng ngẫu nhiên chỉ số cột thu phát tín hiệu có linh kiện xuống cấp cần thay thế. Xác suất để trong mỗi kỳ kiểm tra một cột thu phát tín hiệu có linh kiện xuống cấp cần thay thế là 0,3.

- Tính xác suất để số tiền chi phí cho một kỳ kiểm tra không quá 23 triệu đồng.
- Tính chi phí trung bình cho một kỳ kiểm tra.

Câu 3. Tốc độ truyền của một sever ở một trường đại học đến máy tính của sinh viên trong một ngày tuân theo luật phân phối chuẩn với trung bình là 100 Kbps (100 kilobit/giây) độ lệch chuẩn là 5 Kbps.

- Tính xác suất để một file được truyền của một từ sever đến máy tính sinh viên với tốc độ tối đa là 113 Kbps. Nếu có 5 file được truyền từ sever đến máy tính sinh viên thì hãy tính xác suất để trong 5 file đó có ba file được truyền với tốc độ đa là 115 Kbps.
- Với xác suất 0,90 tốc độ truyền tối thiểu từ sever đến máy tính sinh viên là bao nhiêu?

Câu 4. Một trang web cho phép gửi ảnh, mỗi ảnh có kích thước $X \times Y$ pixels. Mỗi pixels lưu trữ bởi 2 bytes và ảnh được nén với tỷ lệ 10:1. Biết bảng phân phối xác suất đồng thời của đại lượng ngẫu nhiên hai chiều (X, Y) như sau:

$X \backslash Y$	400	800	1600
800	1/4	1/6	1/12
1200	1/8	1/12	1/12
1600	1/12	1/12	1/24

- Tính dung lượng trung bình của một ảnh sau khi nén $\mathbb{E}(0,2XY)$.
- Tính hệ số tương quan giữa X và Y .